

### Krótkie zadania teoretyczne

**Za każde zadanie można uzyskać maksymalnie 10 punktów**

- Większość komet jednopojawieniowych, docierających do centrum Układu Słonecznego, pochodzi z Obłoku Oorta. Oszacuj, ile czasu upływa, zanim taka kometa dotrze do wewnętrznych części U. S. Przyjmij, że w Obłoku Oorta kometa znajdowała się w aphelium w odległości 35 000 AU od Słońca.
- Oszacuj ilość gwiazd w gromadzie kulistej o średnicy 40 pc, jeśli prędkość ucieczki na brzegu tej gromady wynosi  $6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ , a większość gwiazd jest podobna do Słońca.
- 9 marca 2011 roku sonda Voyager znajdowała się w odległości 116.406 AU od Słońca i poruszała się z prędkością  $17.062 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ . Po jakiej orbicie porusza się sonda: (a) eliptycznej, (b) parabolicznej, (c) hiperbolicznej? Jaka jest jasność obserwowana Słońca widzianego z pokładu Voyagera?
- Zakładając, że Phobos porusza się wokół Marsa po kołowej orbicie leżącej w płaszczyźnie równika planety, oblicz jak długo przebywa nad horyzontem dla obserwatora znajdującego się na równiku Marsa. Użyj następujących danych:

Promień Marsa  $R_{\text{Mars}} = 3\,393 \text{ km}$

Okres obrotu Marsa  $T_{\text{Mars}} = 24.623 \text{ h}$

Masa Marsa  $M_{\text{Mars}} = 6.421 \times 10^{23} \text{ kg}$

Promień orbity Phobosa  $R_p = 9\,380 \text{ km}$

- Jaka powinna być średnica radioteleskopu pracującego na długości fali  $\lambda = 1 \text{ cm}$ , aby jego zdolność rozdzielcza była równa zdolności rozdzielczej teleskopu optycznego o aperturze  $D = 10 \text{ cm}$ ?
- Siły pływowe wywierają na Ziemi pewien moment sił. Zakładając, że w czasie ostatnich kilkuset milionów lat zarówno moment sił pływowych jak i długość roku gwiazdowego były stałe i przyjmowały wartości odpowiednio  $6.0 \times 10^{16} \text{ N m}$  oraz  $3.15 \times 10^7 \text{ s}$ , oblicz z ilu dni składał się rok  $6.0 \times 10^8 \text{ lat}$  temu. Moment bezwładności jednorodnej kuli o promieniu  $R$  i masie  $m$  jest dany wzorem:  $I = \frac{2}{5} m R^2$ .

7. Satelita okrąży Ziemię po okręgu. Początkowy pęd satelity dany jest przez wektor  $\mathbf{p}$ . W pewnym momencie następuje eksplozja ładunku wybuchowego, powodując zmianę pędu satelity o wektor  $\Delta\mathbf{p}$ , równy co do modułu wartości  $|\mathbf{p}|$ . Przyjmij następujące oznaczenia:  $\alpha$  jest kątem między wektorami  $\mathbf{p}$  i  $\Delta\mathbf{p}$  oraz  $\beta$  jest kątem między wektorem wodzącym satelity i wektorem  $\Delta\mathbf{p}$ . Rozważając kierunek dodatkowego pędu  $\Delta\mathbf{p}$  zbadaj, czy możliwa jest zmiana orbity zgodnie z poniższymi punktami. Jeśli tak, napisz „YES” na karcie odpowiedzi oraz podaj wszystkie wartości  $\alpha$  i  $\beta$ , dla których jest to możliwe. Jeśli nie jest to możliwe, napisz „NO”.

- (a) hiperbola z perygeum w miejscu wybuchu
- (b) parabola z perygeum w miejscu wybuchu
- (c) elipsa z perygeum w miejscu wybuchu
- (d) okrąg
- (e) elipsa z apogeum w miejscu wybuchu.

Zauważ, że dla  $\alpha = 180^\circ$  i  $\beta = 90^\circ$  nowa orbita będzie pionową linią spadku swobodnego satelity w kierunku środka Ziemi.

8. Przyjmując, że ziarna pyłu są ciałami doskonale czarnymi, wyznacz średnicę takiego kulistego ziarna, które może pozostawać w odległości 1 AU od Słońca w równowadze między ciśnieniem promieniowania i grawitacyjnym przyciąganiem Słońca. Przyjmij gęstość ziarna  $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ .
9. Odległości między gwiazdami są bardzo duże w porównaniu z ich rozmiarami. Tak więc gromady gwiazd i galaktyki, które nie zawierają materii międzygwiazdowej, w zasadzie nie zasłaniają obiektów leżących za nimi. Oszacuj jaką część nieba jest przesłonięta przez gwiazdy, gdy patrzymy w kierunku galaktyki o jasności powierzchniowej  $\mu = 18.0 \text{ mag arcsec}^{-2}$ . Przyjmij, że galaktyka składa się z gwiazd podobnych do Słońca.
10. Oszacuj minimalną energię, którą musi mieć proton, aby przebił się przez magnetosferę Ziemi. Przyjmij, że początkowo jego prędkość jest prostopadła do pasa jednorodnego stałego pola magnetycznego o indukcji  $30 \mu\text{T}$  i grubości  $1.0 \times 10^4 \text{ km}$ . Naskicuj trajektorię cząstki. Zauważ, że przy tak wysokich energiach można przyjąć, że pęd wynosi  $E/c$ . Pomiń efekty emisji promieniowania.
11. Na podstawie widma galaktyki o przesunięciu ku czerwieni  $z = 6.03$  stwierdzono, że wiek gwiazd w niej zawartych mieści się w granicach od 560 do 600 milionów lat. Przy jakim  $z$  powstawały gwiazdy tej galaktyki? Przyjmij, że obecny wiek Wszechświata wynosi  $t_0 = 13.7 \times 10^9 \text{ lat}$ , a szybkość ekspansji zadawana jest przez model płaskiego Wszechświata ze stałą kosmologiczną  $\Lambda = 0$  (w takim modelu czynnik skali  $R \propto t^{2/3}$ , gdzie  $t$  oznacza czas, który upłynął od Wielkiego Wybuchu).

12. Ze względu na precesję osi obrotu Ziemi obszar nieba widoczny z punktu o ustalonych współrzędnych geograficznych zmienia się w czasie. Czy jest możliwe, że pewnego dnia Syriusz będzie gwiazdą niewschodzącą dla obserwatora w Krakowie, podczas gdy Canopus będzie tam wschodził i zachodził? Załóż, że oś Ziemi zakreśla stożek o kącie rozwarcia  $47^\circ$ . Szerokość geograficzna Krakowa wynosi  $50.1^\circ\text{N}$ ; obecne współrzędne równonocne (rektascensja i deklinacja) zadanych gwiazd to:

Syriusz ( $\alpha$  CMa) :  $6^{\text{h}} 45^{\text{m}}$  ,  $-16^\circ 43'$

Canopus ( $\alpha$  Car) :  $6^{\text{h}} 24^{\text{m}}$  ,  $-52^\circ 42'$

13. Równanie ekliptyki we współrzędnych równonocnych ( $\alpha$ ,  $\delta$ ) ma postać:

$$\delta = \arctan ( \sin \alpha \tan \varepsilon )$$

gdzie  $\varepsilon$  to kąt nachylenia równika niebieskiego do płaszczyzny ekliptyki. Znajdź analogiczną zależność  $h = f(A)$  dla równika galaktycznego we współrzędnych horyzontalnych ( $A$ ,  $h$ ), dla obserwatora o szerokości geograficznej  $\varphi = 49^\circ 34'$  i miejscowego czasu gwiazdowego  $\theta = 0^{\text{h}} 51^{\text{m}}$ .

14. Oszacuj liczbę neutrin słonecznych, które w ciągu każdej sekundy przenikają  $1 \text{ m}^2$  powierzchni Ziemi prostopadłej do kierunku ku Słońcu. Skorzystaj z faktu, że w każdej reakcji fuzji zachodzącej w Słońcu uwalniane jest  $26.8 \text{ MeV}$  energii oraz dwa neutrina.
15. Wykorzystując fakt, że kosmiczne promieniowanie tła miało rozkład ciała doskonale czarnego w każdym momencie ewolucji Wszechświata, określ związek, jaki zachodzi między jego temperaturą a przesunięciem ku czerwieni  $z$ . W szczególności podaj temperaturę promieniowania tła dla epoki  $z \approx 10$  (odpowiadającej najdalszym obserwowanym dzisiaj obiektom). Temperatura kosmicznego promieniowania tła wynosi obecnie  $2.73 \text{ K}$ .